

## SUR UNE NOUVELLE METHODE DE CALCUL DE L'INFLUENCE DE LA CONDENSATION DANS LE DEVELOPPEMENT DES PANACHES THERMIQUES

X. GARONNE,\* R. GUILLAUME,\* A. PAPON\* et G. SALAUN-PENQUER†

(Reçu le 5 Mars 1978)

**Résumé** — L'énergie thermique apportée par la condensation de la vapeur d'eau contenue dans un courant d'air ascendant d'origine naturelle ou artificielle influence fortement l'évolution dans l'atmosphère de ce courant. Le présent travail a pour objet d'inclure dans l'équation classique de l'énergie, considérée d'un point de vue intégral, les termes résultant d'un changement d'état. L'expression exponentielle donnant la tension saturante de vapeur d'eau est remplacée par une fraction rationnelle, qui tout en conduisant à des valeurs numériques en excellent accord avec les valeurs expérimentales, permet une discussion simple de l'existence et des dimensions de la zone de condensation.

### NOMENCLATURE

$b$ , largeur caractéristique du panache;  
 $b_v$ , largeur du panache visible (zone de condensation);  
 $C_p$ , chaleur spécifique de l'air à pression constante;  
 $C_{pv}$ , chaleur spécifique de la vapeur d'eau à pression constante;  
 $C_v$ , chaleur spécifique de l'air à volume constant;  
 $C_{vv}$ , chaleur spécifique de la vapeur d'eau à volume constant;  
 $C_1, C_2$ , constantes;  
 $e$ , pression partielle de la vapeur d'eau;  
 $L_v$ , chaleur latente de changement d'état eau-vapeur;  
 $l(\eta)$ , fonction caractéristique de la répartition radiale de la vitesse axiale;  
 $P(z, \eta)$ , pression statique locale:  
 $P_1(z) = P_1(z, \infty)$ ;  
 $R_a$ , =  $C_p - C_v$  (cas de l'air);  
 $R_v$ , =  $C_{pv} - C_{vv}$  (cas de la vapeur d'eau);  
 $r$ , = rayon courant;  
 $s(\eta)$ , fonction caractéristique de la répartition radiale de la température;  
 $T(z, \eta)$ , température locale en K;  
 $T_m(z)$ , =  $T(z, 0)$ ;  
 $T_1(z)$ , =  $T(z, \infty)$ ;  
 $t(\eta)$ , fonction caractéristique de la répartition radiale du rapport de mélange de l'air humide;

$u$ , composante radiale de la vitesse;  
 $u_v$ , valeur de  $u$  à  $r = b_v$ ;  
 $w_m(z)$ , vitesse axiale de référence à l'altitude  $z$ ;  
 $z$ , altitude;  
 $w$ , =  $w_m l(\eta)$  composante axiale de la vitesse.

### Symboles grecs

$\alpha$ , coefficient d'entraînement:  
 $u_b(z) = -\alpha w_m$ ;  
 $\Delta T$ , =  $T - T_1 = (T_m - T_1)s(\eta)$ ;  
 $\Delta \rho$ , =  $\rho_1 - \rho = (\rho_m - \rho_1)s(\eta)$ ;  
 $\Delta \tau$ , =  $\tau - \tau_1 = (\tau_m - \tau_1)t(\eta)$ ;  
 $\eta$ , =  $r/b, \eta_v = b_v/b$ ;  
 $\rho_m(z)$ , =  $\rho(z, 0)$ ;  
 $\rho_1(z)$ , =  $\rho(z, \infty)$ ;  
 $\tau(z, r)$ , masse d'eau, à l'état liquide ou vapeur, par unité de masse d'air sec;  
 $\tau_m(z)$ , =  $\tau(z, 0)$ ;  
 $\tau_1(z)$ , =  $\tau(z, \infty)$ ;  
 $\tau_s(p, T)$ , rapport de mélange saturant de l'air humide.

### Nota

( )<sub>ad</sub>, la valeur entre parenthèses correspond à une transformation adiabatique;  
 les grandeurs utilisées sont des grandeurs moyennes dans le temps;  
 le signe prime caractérise la composante de fluctuation de la grandeur qu'il affecte;  
 les produits de corrélation moyennés dans le temps sont surlignés;  
 l'indices "s" se rapporte aux conditions de saturation.

\* I.U.T. d'Aix-en-Provence, Département "Génie Mécanique".

† Institut de Mécanique des Fluides de Marseille.

### INTRODUCTION

LES PANACHES thermiques peuvent avoir des origines naturelles (volcans, incendies...) ou artificielles (cen-

trales thermiques, villes...). Quelle qu'en soit la cause, de l'air rechauffé (sec ou humide) s'élève dans l'atmosphère à partir d'une source de dimensions finies; ces transferts d'énergie thermique peuvent occasionner des phénomènes météorologiques.

Le développement du panache dans l'atmosphère est certainement conditionné d'une manière importante par la puissance thermique initiale émise, et les répartitions respectives de température et d'humidité. En conséquence, il apparaît utile d'étudier l'influence des conditions aux limites sur le développement latéral et vertical de la zone perturbée, ainsi que sur ses caractéristiques physiques. Cette étude devrait permettre de déterminer l'impact météorologique de ces courants ascendants particuliers.

Les problèmes de convection dans l'atmosphère furent abordés en 1952 par Rouse, Yih et Humphrey [1]. Ces auteurs ont formulé les hypothèses de base et établi le système d'équations correspondant. Celui-ci est résolu dans le cas d'un milieu non stratifié en utilisant une méthode intégrale. En 1956, Morton et Turner [2] ont étendu ces calculs au cas d'un milieu stratifié en faisant appel à la notion d'entraînement introduite par Taylor [3] en 1945; ils ont déterminé des valeurs du coefficient caractéristique de cet entraînement.

En 1961 Emmons et Lin Lee [4] ont, d'une part affiné l'expression du profil radial de masse volumique en tenant compte du nombre de Schmidt et d'autre part mis en relief l'importance du nombre de Froude gravitationnel initial.

Lin Lee a précisé en 1965 [5] le concept d'entraînement par le biais de l'équation de continuité.

Tous ces auteurs supposent que le phénomène est à invariance locale, le calcul montre que dans ce cas il existe une différence notable entre le travail des forces de poussée hydrostatique et l'énergie cinétique du mouvement moyen; en 1971 Turner [6] a calculé ce défaut de transfert d'énergie pour différents types de profils en vue de pouvoir préciser la rencontre avec l'interface de deux milieux de densités différentes, d'un jet soumis à la seule poussée hydrostatique.

Hill [7], en 1972, améliorant une technique expérimentale utilisée par Ricou et Spalding [8], a mesuré l'entraînement local d'un jet au niveau du noyau potentiel. Cet auteur trouve que la valeur asymptotique du coefficient d'entraînement est atteinte à une distance égale à treize fois le diamètre de la section origine, alors qu'en 1969 Keffer estimait cette distance à six diamètres seulement: remarquons toutefois que la valeur du coefficient d'entraînement à cette dernière distance est égale à 90% de sa valeur asymptotique.

En 1975, Caudron et Violet [9], ont abordé l'étude des réfrigérants atmosphériques en utilisant un modèle mathématique tri-dimensionnel qu'ils ont traité par des méthodes informatiques. Ce modèle tient compte des changements d'état; il permet de définir le panache visible, aussi bien dans le cas d'un vent non nul que dans celui d'une atmosphère calme.

En résumé, l'évolution des panaches thermiques

dans l'atmosphère est actuellement bien analysée, cependant l'influence des changements d'état sur cette évolution n'a été prise en considération que tout récemment, d'un point de vue ponctuel et sous forme d'un élément correctif qui augmente nettement le temps de calcul.

Cette étude est un essai théorique ayant en vue le calcul complet du changement d'état dans un modèle mathématique utilisant la méthode intégrale; bien qu'approchée elle permet d'apprécier l'influence relative des divers paramètres.

#### MISE EN EQUATION DU PROBLEME

L'évolution générale des panaches est régie par les équations classiques de la mécanique des fluides turbulents. L'influence de la condensation se manifeste au niveau de l'équation de l'énergie qui s'écrit, en coordonnées cylindriques et dans le cas où il n'y a pas de phase liquide:

$$(1 - \tau) C_p \left[ \frac{\partial}{\partial z} (rwT) + \frac{\partial}{\partial r} (ruT) \right] + C_{pv} \tau \left[ \frac{\partial}{\partial z} (rwT) + \frac{\partial}{\partial r} (ruT) \right] = \mathcal{E}_1 + \mathcal{D}_1 + \mathcal{E}_1 \quad (1)$$

où  $\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{D}_1$ ,  $\mathcal{E}_1$ , sont les variations d'énergie dues respectivement:

—à la diffusion turbulente

$$\mathcal{E}_1 = -C_p \frac{\partial}{\partial r} (ruT')$$

—à la détente

$$\mathcal{D}_1 = (1 - \tau) \left[ rw \frac{RT}{P} \frac{\partial P}{\partial z} + ru \frac{RT}{P} \frac{\partial P}{\partial r} \right] + \tau \left[ rw \frac{R_v T}{e} \frac{\partial e}{\partial z} + ru \frac{R_v T}{e} \frac{\partial e}{\partial r} \right]$$

—au changement d'état

$$\mathcal{E}_1 = - \left[ rw \frac{\partial \tau_s}{\partial z} L_v + ru \frac{\partial \tau_s}{\partial r} L_v \right]$$

où  $L_v$  représente la chaleur massique de changement d'état.

En accord avec les différents travaux consultés [1, 2, 4, 5] l'équation (1) est intégrée à  $z$  constant. L'hypothèse d'invariance locale conduit alors à remplacer  $r$  par la variable adimensionnée  $\eta = r/b$ , où  $b$  est une fonction de  $z$  caractéristique de la largeur du panache. Aucune hypothèse n'étant introduite sur l'évolution des diverses grandeurs en fonction de  $z$ , il ne nous a pas semblé nécessaire d'adimensionner cette variable.

Pour la suite des calculs, la composante axiale de la vitesse, et l'écart par rapport au milieu extérieur

de: la température; la masse volumique; le taux d'humidité; sont écrits chacun sous la forme du produit d'une fonction de  $z$  par une fonction gaussienne de  $\eta$ . On effectue ensuite une intégration à  $z$  constant, de zéro à l'infini suivant  $\eta$ , en négligeant  $\tau$  devant 1 et  $\tau C$  devant  $C_p$ ,  $C$  désignant la chaleur massique de l'eau.

Remarquons que pour le changement d'état, l'intégrale ne doit être prise en compte que dans le domaine de variations de  $\eta$  où  $\tau > \tau_s$ . Ce domaine est défini par les racines  $\eta_{v_1}, \eta_{v_2}$  de l'équation  $\tau_s = \tau$ .

On obtient tous calculs faits:

$$C_1 \frac{d}{dz} (b^2 w_m \Delta T_m) + C_2 b^2 w_m \left[ \frac{dT_1}{dz} - \left( \frac{dT_1}{dz} \right)_{ad} \right] = \frac{J}{C_p} \quad (2)$$

où

$$C_1 = \int_0^\infty \eta l d\eta \quad C_2 = \int_0^\infty \eta l^2 d\eta$$

$$J = \int_{\eta_{v_1}}^{\eta_{v_2}} b T \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\eta b w L_v \tau_s}{T} \right) d\eta - \int_{\eta_{v_1}}^{\eta_{v_2}} T b b' \eta \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\eta w L_v \tau_s}{T} \right) d\eta + \int_{\eta_{v_1}}^{\eta_{v_2}} T \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{b \eta u L_v \tau_s}{T} \right) d\eta \quad (3)$$

Pour calculer  $J$ , une répartition gaussienne des fonctions de  $\eta$  figurant dans les expressions de  $w$ ,  $\Delta T$ ,  $\Delta \tau$ , a été choisie [2]. En utilisant  $w = w_m(z) e^{-\eta^2}$  on déduit, de l'équation de continuité, l'expression suivante de  $u$  (composante radiale de la vitesse).

$$u = w \eta b' - \frac{1 - e^{-\eta^2}}{2\eta b} \frac{d}{dz} b^2 w_m$$

ce qui donne pour la troisième intégrale de (3):

$$\int_{\eta_{v_1}}^{\eta_{v_2}} T \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{b \eta^2 w b' L_v \tau_s}{T} \right) d\eta - \int_{\eta_{v_1}}^{\eta_{v_2}} T \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1 - e^{-\eta^2}}{2} \frac{db^2 w_m L_v \tau_s}{dz T} \right) d\eta \quad (4)$$

On obtient alors pour (3):

$$J = \int_{\eta_{v_1}}^{\eta_{v_2}} T \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\eta b^2 w L_v \tau_s}{T} \right) d\eta - \int_{\eta_{v_1}}^{\eta_{v_2}} T \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1 - e^{-\eta^2}}{2} \frac{db^2 w_m L_v \tau_s}{dz T} \right) d\eta \quad (5)$$

puis:

$$J = \int_{\eta_{v_1}}^{\eta_{v_2}} T \left[ \eta e^{-\eta^2} b^2 w_m \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{L_v \tau_s}{T} \right) - \frac{1 - e^{-\eta^2}}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\tau_s L_v}{T} \right) \right] d\eta \quad (6)$$

On sait que:

$$\tau_s = \frac{R_a}{R_v} \frac{e_w}{(p - e_w)}$$

où  $e_w$  désigne la tension partielle de vapeur saturante pour l'eau. Or  $e_w/p < 0,03^*$  donc négligeable devant 1 d'où  $\tau_s \approx (R_a/R_v)(e_w/p)$ . Par ailleurs la formule de Clapeyron  $L_v = R_v T^2 (1/e_w)(de_w/dT)$  permet d'exprimer  $L_v$  en fonction de  $e_w$  et de  $T$ . Il est intéressant de remarquer que  $e_w$  étant une fonction de la température,  $L_v \tau_s/T$  peut s'exprimer sous la forme suivante:

$$\frac{L_v \tau_s}{T} = \frac{F(t)}{p(z)} \quad \text{avec } t = T - 273$$

en portant dans (6) on obtient:

$$J = \int_{\eta_{v_1}}^{\eta_{v_2}} T \left[ \eta e^{-\eta^2} b^2 w_m \left( \frac{1}{p} \frac{dF}{dT} \frac{dT}{dz} - \frac{F}{p^2} \frac{dp}{dz} \right) - \frac{1 - e^{-\eta^2}}{2} \frac{db^2 w_m}{dz} \frac{1}{p} \frac{dF}{dT} \frac{dT}{d\eta} \right] d\eta \quad (7)$$

L'hypothèse de répartition gaussienne permet de passer de la variable  $\eta$  à la variable  $T$  lorsque  $\Delta T_m \neq 0$  puisqu'on écrit:

$$\Delta T_m e^{-\eta^2} + T_1 = T, \quad \text{soit } e^{-\eta^2} = \frac{T - T_1}{\Delta T_m}$$

or

$$\frac{\partial T}{\partial z} = e^{-\eta^2} \frac{d\Delta T_m}{dz} + \frac{dT_1}{dz}$$

De plus, on notera que:

$$dT = \frac{\partial T}{\partial z} dz + \frac{\partial T}{\partial \eta} d\eta$$

et, à  $z$  constant, cette différentielle se réduit à:

$$dT = \frac{\partial T}{\partial \eta} d\eta = -2\eta e^{-\eta^2} d\eta.$$

L'équation (7) donnant  $J$  peut alors s'écrire sous la forme:

$$J = A(z) \int_{T_{v_1}}^{T_{v_2}} T^2 \frac{dF}{dT} dT + B(z) \int_{T_{v_1}}^{T_{v_2}} T \frac{dF}{dT} dT + C(z) \int_{T_{v_1}}^{T_{v_2}} T F dT$$

où

$$A(z) = \frac{1}{2p\Delta T_m} \left( \frac{db^2 w_m}{dz} - \frac{b^2 w_m}{\Delta T_m} \frac{d\Delta T_m}{dz} \right)$$

$$B(z) = \frac{1}{2p\Delta T_m} \left[ b^2 w_m \left( \frac{T_1}{\Delta T_m} \frac{d\Delta T_m}{dz} - \frac{dT_1}{dz} \right) - (\Delta T_m + T_1) \frac{db^2 w_m}{dz} \right]$$

$$C(z) = \frac{b^2 w_m}{2p^2 \Delta T_m} \frac{dp}{dz}$$

\*Dans les conditions de l'étude.

En posant  $e_w = G(t)$  on a  $F(t) = R_a T(dG/dt)$ , en utilisant cette expression et intégrant par parties on obtient:

$$J = 2[2A(z) - C(z)] \int_{T_{v_1}}^{T_{v_2}} GTdT + B(z) \int_{T_{v_1}}^{T_{v_2}} GdT + T[A(z)T + B(z)F] - TG\{[2A(z) - C(z)]T + B(z)\}.$$

Le calcul se ramène donc à celui des deux intégrales  $\int GTdT$  et  $\int GdT$  et des bornes d'intégration  $T_{v_1}$  et  $T_{v_2}$  qui correspondent aux limites du panache visible, c'est à dire aux valeurs pour lesquelles  $\tau_s = \tau$ . Dans les applications pratiques on prend généralement [9]

$$\tau_s = \frac{380}{p_1} 10^{ct_1 + t}$$

or la répartition gaussienne donne  $\tau = \tau_1 + \Delta\tau_m e^{-\eta^2}$  qui peut s'exprimer en fonction de  $t$  par

$$\tau = \tau_1 + \Delta\tau_m \frac{t - t_1}{\Delta T_m}$$

sous réserve que  $\Delta T_m \neq 0$ .

La recherche des racines de l'équation  $\tau_s = \tau$  peut évidemment se faire numériquement, mais la forme classique de  $\tau_s$  ne permet pas une discussion analytique facile des nombreux cas possibles. Pour pallier à cet inconvénient on a cherché pour  $\tau_s$  une expression algébrique simple prenant approximativement les mêmes valeurs que  $10^{ct_1 + t}$  dans l'intervalle  $t[-40^\circ + 40^\circ]$ .

Il est apparu un accord excellent en prenant pour  $\tau_s$  une expression de la forme:

$$\tau_s = \frac{380at^2 + bt + 1}{p_1 ct + 1}$$

où  $a, b, c$ , sont des constantes pour lesquelles il y a un changement de valeur quand  $t$  change de signe.

L'équation  $\tau_s = \tau$  se présente alors pour  $\Delta T_m \neq 0$  sous la forme d'une équation du second degré:

$$\left[ c \frac{\Delta\tau_m}{\Delta T_m} - \frac{380}{p_1} a \right] t^2 + \left[ \frac{\Delta\tau_m}{\Delta T_m} (1 - ct_1) - \frac{380b}{p_1} + c\tau_1 \right] t - \frac{\Delta\tau_m}{\Delta T_m} t_1 + \tau_1 - \frac{380}{p_1} = 0$$

dont il est facile de déterminer les racines éventuelles et, lorsqu'il y en a, leur position par rapport à  $T_1 = t_1 + 273$  et  $T_1 + \Delta T_m$ . La fonction adoptée pour  $\tau_s$  conduit à:

$$\int GdT = \frac{at^2}{2c} + \frac{At}{c^2} + \frac{B}{c^3} \ln(ct + 1)$$

et

$$\int GTdT = \frac{at^3}{3c} + \frac{A + 273ac}{2c^2} t^2 + \frac{273Ac + B}{c^3} t + \frac{B(273c - 1)}{c^4} \ln(ct + 1)$$

où

$$A = bc - a, \quad B = c^2 - bc + a, \quad t = T - 273.$$

On obtient alors pour  $\Delta T_m \neq 0$ :

$$J = \beta_1 \{ A(z)[\varphi_1(t_{v_2}) - \varphi_1(t_{v_1})] + B(z)[\varphi_2(t_{v_2}) - \varphi_2(t_{v_1})] + C(z)[\varphi_3(t_{v_2}) - \varphi_3(t_{v_1})] \}$$

où

$$\beta_1 = 380 R_a, \quad t_{v_1} = T_{v_1} - 273, \quad t_{v_2} = T_{v_2} - 273$$

$$\varphi_1(t) = (t + 273)^3 F_1(t) - 2(t + 273)^2 F_2(t) + 4F_4(t)$$

$$\varphi_2(t) = (t + 273)^2 F_1(t) - (t + 273) F_2(t) + F_3(t)$$

$$\varphi_3(t) = (t + 273)^2 F_2(t) - 2F_4(t)$$

avec

$$F_1(t) = \frac{act^2 + 2at + b - c}{(ct + 1)^2}$$

$$F_2(t) = \frac{at^2 + bt + 1}{ct + 1}$$

$$F_3(t) = \left[ \frac{at^2}{2c} + \frac{At}{c^2} + \frac{B}{c^3} \ln(ct + 1) \right]$$

$$F_4(t) = 273 F_3(t) + \frac{at^3}{3c} + \frac{At^2}{2c^2} + \frac{Bt^2}{c^3} - \frac{B}{c^4} \ln(ct + 1).$$

Lorsque  $\Delta T_m = 0$  il n'est pas possible d'intégrer  $J$  par rapport à  $T$ , il faut conserver la variable  $\eta$ , et calculer (7) pour  $T = T_1$  et  $\partial T / \partial \eta = 0$ ; ce qui donne:

$$J = \beta_1 (t_1 + 273) \frac{b^2 w_m}{p_1} \left\{ \left[ F_5(t_1) \frac{dT_1}{dz} - \frac{T_1}{p_1} F_1(t_1) \frac{dp_1}{dz} \right] \times \frac{1 - e^{-\eta_v^2}}{2} - F_5(t_1) \frac{d\Delta T_m}{dz} \frac{1 - e^{-2\eta_v^2}}{4} \right\}$$

Tableau 1 |  $\tau_s$  (g par kg d'air sec)

$t^\circ\text{C}$	-40	-30	-25	-20	-15	-10	-5	0	$a = 4,8865 \times 10^{-4}$
Formule	0,06	0,22	0,39	0,65	1,04	1,60	2,45	3,75	$b = 4,3531 \times 10^{-2}$
Table [10]	0,08	0,23	0,39	0,64	1,01	1,60	2,47	3,75	$c = 4,3550 \times 10^{-2}$
$t^\circ\text{C}$	5	10	15	20	25	30	35	40	$a = 1,7318 \times 10^{-3}$
Formule	5,34	7,54	10,48	14,36	19,43	26,06	34,79	46,41	$b = 5,8307 \times 10^{-2}$
Table [10]	5,36	7,54	10,47	14,35	19,30	26,05	34,52	45,28	$c = 1,2672 \times 10^{-2}$

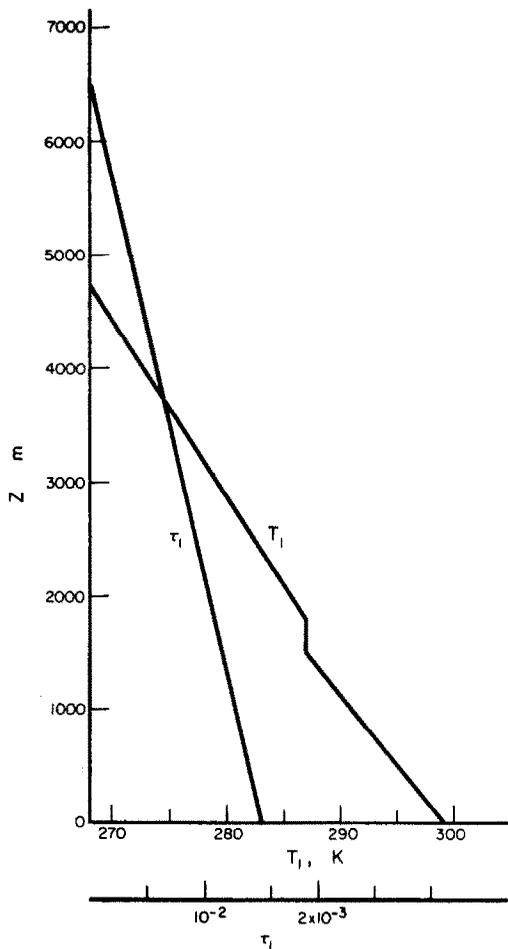


FIG. 1. Diagrammes des conditions atmosphériques.

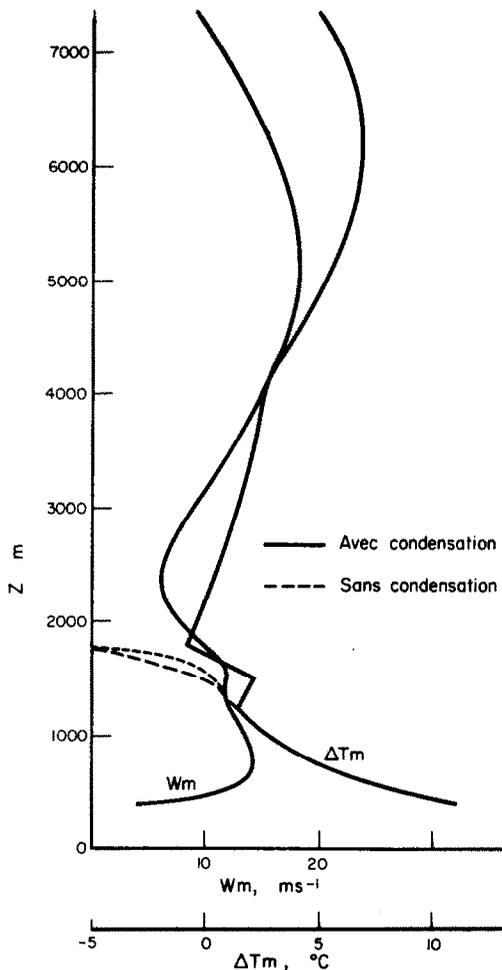


FIG. 2. Influence de la condensation sur l'évolution de  $\Delta T_m$  et  $W_m$  en fonction de l'altitude  $Z$ .

où

$$\eta_v = \left[ \ln \frac{\Delta \tau_m}{\tau_s - \tau_1} \right]^{1/2}$$

$$F_5(t) = \frac{1}{(ct_1 + 1)^2} \left[ act_1^2 + 2at_1 + b - c + \frac{2B(t_1 + 273)}{ct_1 + 1} \right]$$

CONCLUSIONS

Par ces calculs l'influence du changement d'état est incluse dans l'équation de l'énergie qui, jointe aux autres équations de la mécanique des fluides, permet de traiter simplement et d'une manière plus complète le problème de l'évolution des panaches thermiques.

La Fig. (1) indique les conditions aux limites à la base du panache et pour l'atmosphère extérieure. La Fig. (2) montre les évolutions respectives d'un panache pour lequel il est tenu compte de l'influence de la condensation et du panache, correspondant aux mêmes conditions aux limites, pour lequel cette

influence est négligée. La différence est considérable, ce qui montre l'importance du calcul de l'énergie apportée par la condensation.

Remerciements—Les auteurs remercient Mme. J. Fauchas pour sa précieuse collaboration dans l'élaboration et la mise au point du programme de calcul.

BIBLIOGRAPHIE

1. H. Rouse, C. S. Yih et H. W. Humphreys, Gravitational convection from a boundary source, Iowa Institute of Hydraulic research—Tellus, pp. 201-210 (1952).
2. B. R. Morton, J. S. Turner et G. I. Taylor, Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources, Proc. R. Soc. **230A**, 1-23 (1956).
3. G. I. Taylor, Dynamics of a mass of hot gas rising in air, U.S. Atomic Energy Commission MDDC-919 LADC-276 (1945).
4. W. H. Emmons et S. Lin Lee, A study of natural convection above a line fire, *J. Fluid Mech.* **11**, 353-368 (1961).
5. S. Lin Lee, Axisymmetrical turbulent swirling jet, *J. Appl. Mech.* **32**, 258-262 (1965).
6. J. S. Turner, On the energy deficiency in self preserving convective flow, *J. Fluid Mech.* **53**, 217-226 (1972).

7. B. Hill, Measurement of local entrainment rate in the initial region of axisymmetric turbulent air jets, *J. Fluid Mech.* **53**, 773–779 (1972).
8. F. P. Ricou et D. B. Spalding, Measurements of entrainment by axisymmetrical turbulent jets, *J. Fluid Mech.* **11**, 21–31 (1961).
9. L. Caudron et P. L. Violet, Méthode et moyen d'étude des panaches d'effluents rejetés dans l'atmosphère, Bulletin de la Direction des Etudes et Recherches. Série A No. 4 (1975).
10. *Handbook of Chemistry and Physics*. The Chemical Rubber Publishing Co. (1961–1962).

**Abstract**—The thermal energy released by the condensation of vapour included in an atmospheric updraft has a great impact on its atmospheric evolution. The aim of this work is to introduce in the classical energy equation the terms corresponding to the condensation or evaporation in the scope of an integral method. We choose to express the vapour saturation pressure as a rational ratio of temperature instead of the usual exponential law; this simplified expression gives numerical values in agreement with experiments and allows an easy evaluation of the existence and the importance of the condensation zone.

#### ÜBER EINE NEUE METHODE ZUR BERECHNUNG DES EINFLUSSES DER KONDENSATION AUF DIE ENTWICKLUNG VON THERMISCHEN AUFTRIEBSSTRÖMUNGEN

**Zusammenfassung**—Die thermische Energie, welche bei der Kondensation von Wasserdampf in atmosphärischen Auftriebsströmungen frei wird, hat großen Einfluß auf die Entwicklung dieser Strömung in der Atmosphäre. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die Terme, welche sich aus Kondensation und Verdampfung ergeben, in einer integralen Betrachtungsweise in die klassische Energiegleichung mit aufzunehmen. In der Gleichung für den Sättigungsdruck des Wasserdampfes wird der Exponentialausdruck durch ein rationales Verhältnis ersetzt, was zu numerischen Werten von sehr guter Übereinstimmung mit experimentellen Werten führt und eine einfache Diskussion der Existenz und der Ausdehnung der Kondensationszone ermöglicht.

#### О НОВОМ МЕТОДЕ РАСЧЁТА ВЛИЯНИЯ КОНДЕНСАЦИИ НА ВОСХОДЯЩИЙ ТЕПЛОВОЙ ПОТОК

**Аннотация**—Выделяющаяся при конденсации пара в восходящем атмосферном потоке тепловая энергия оказывает большое влияние на атмосферное течение. Целью данной работы является учёт влияния конденсации или испарения в классическом уравнении энергии в рамках интегрального метода. Упрощенное выражение для давления насыщенного пара, используемое вместо обычного экспоненциального закона, даёт возможность получить численные значения, согласующиеся с экспериментальными данными, и позволяет легко оценить наличие и влияние зон конденсации.